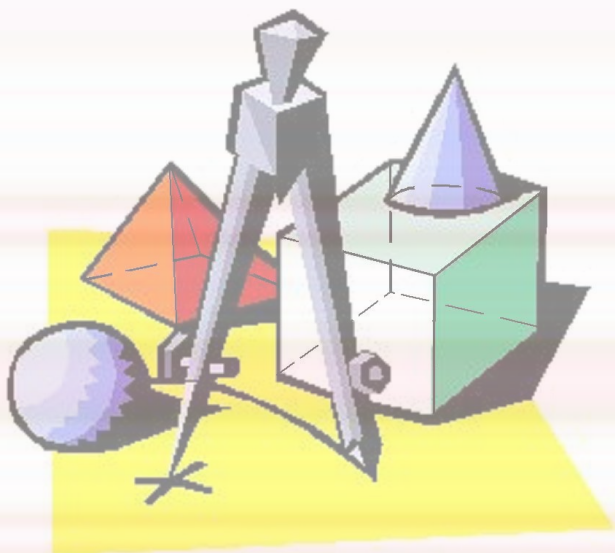


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

Лекция № 13. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

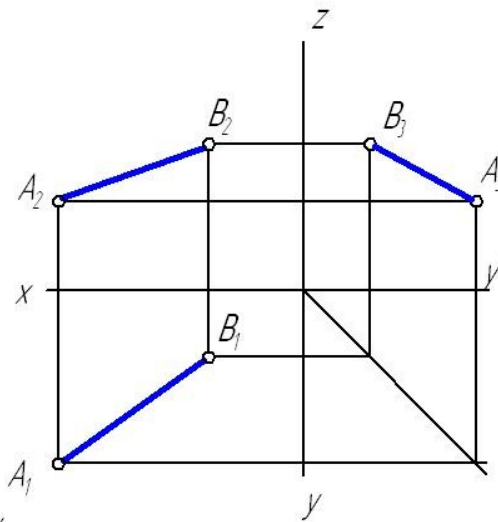
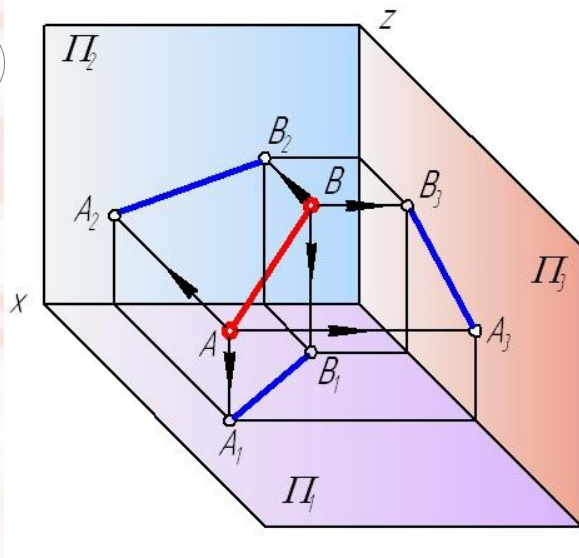


Составитель Н.В. Савченко

Для чего необходимы методы преобразования комплексного чертежа

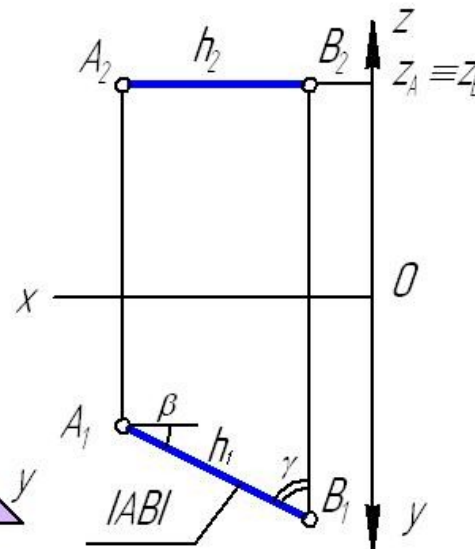
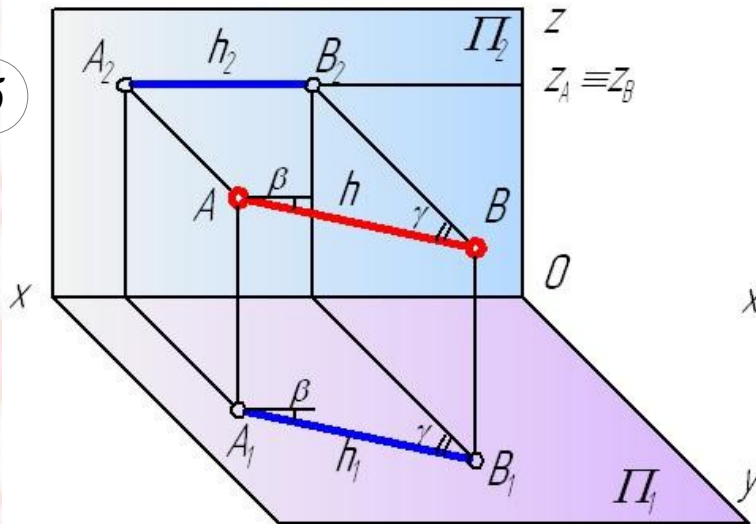
Метрическая задача: Определение натуральной величины отрезка

а



Отрезок АВ занимает общее положение относительно плоскостей проекций. На КЧ сразу не определяется его длина и углы наклона. Для их определения общим способом нужно применить метод прямоугольного треугольника

б



Отрезок АВ — горизонталь. На КЧ сразу можно определить его длину и углы наклона.

б

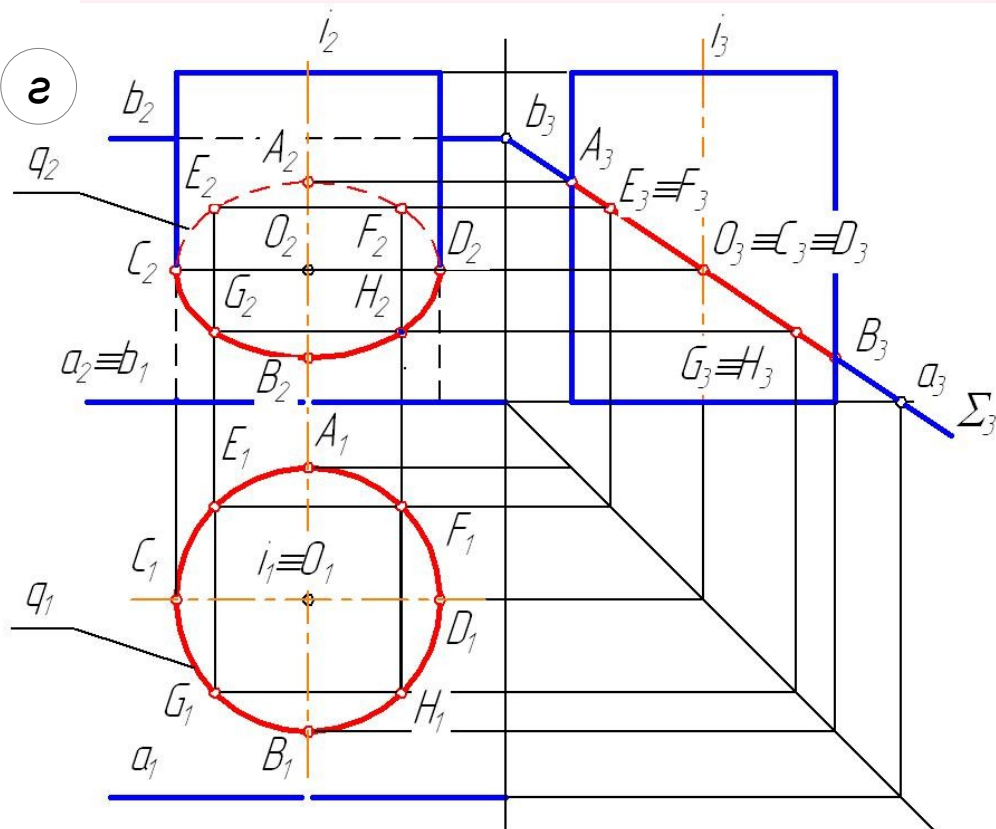
Позиционная задача: Определение линии пересечения поверхности с плоскостью

Построение линии пересечения цилиндра с плоскостью общего положения

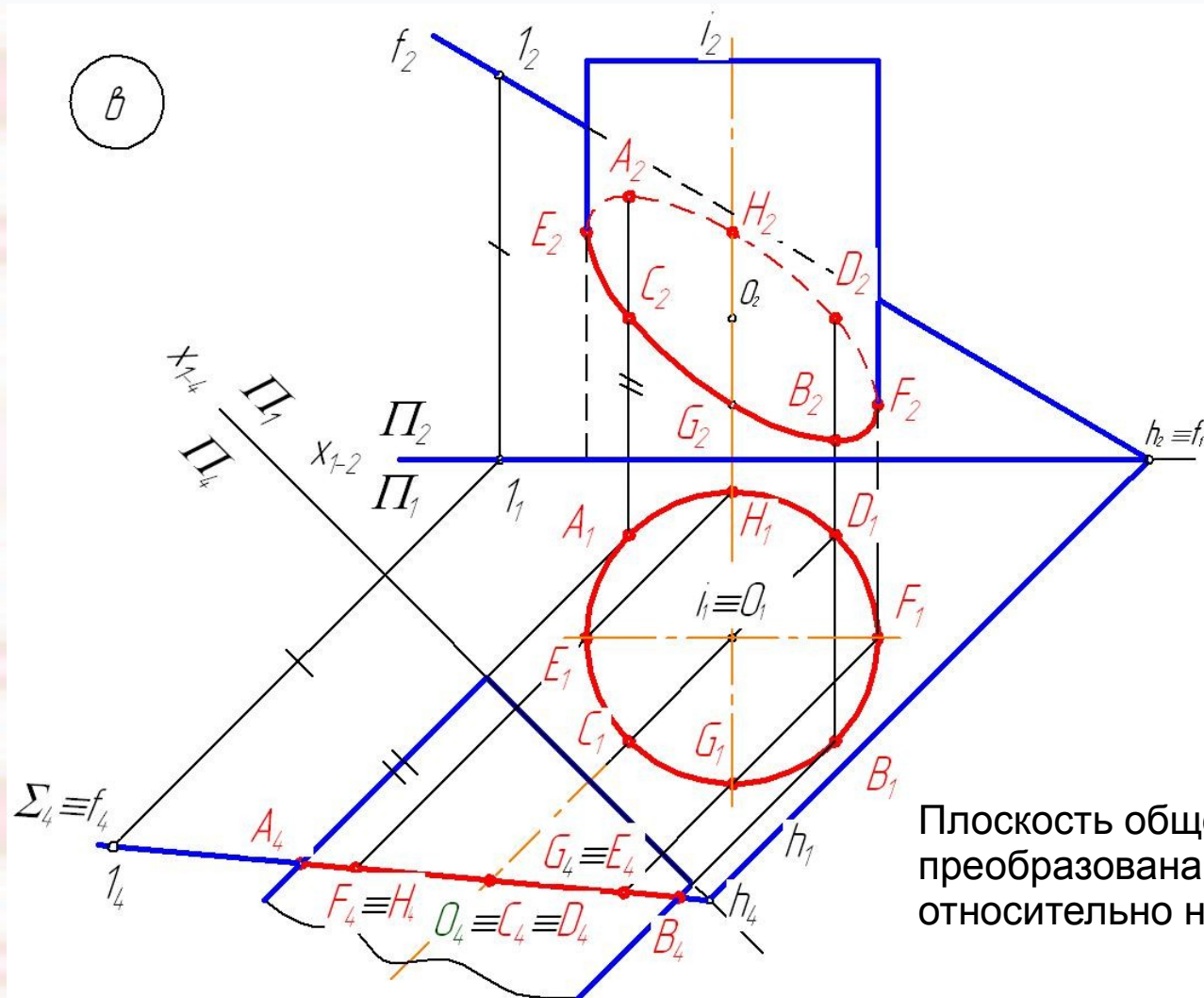
Построение линии пересечения цилиндра с проецирующей плоскостью

Вывод: проще решаются те задачи, в которых геометрические объекты занимают частное положение относительно плоскостей проекций (рис. б, в)

в

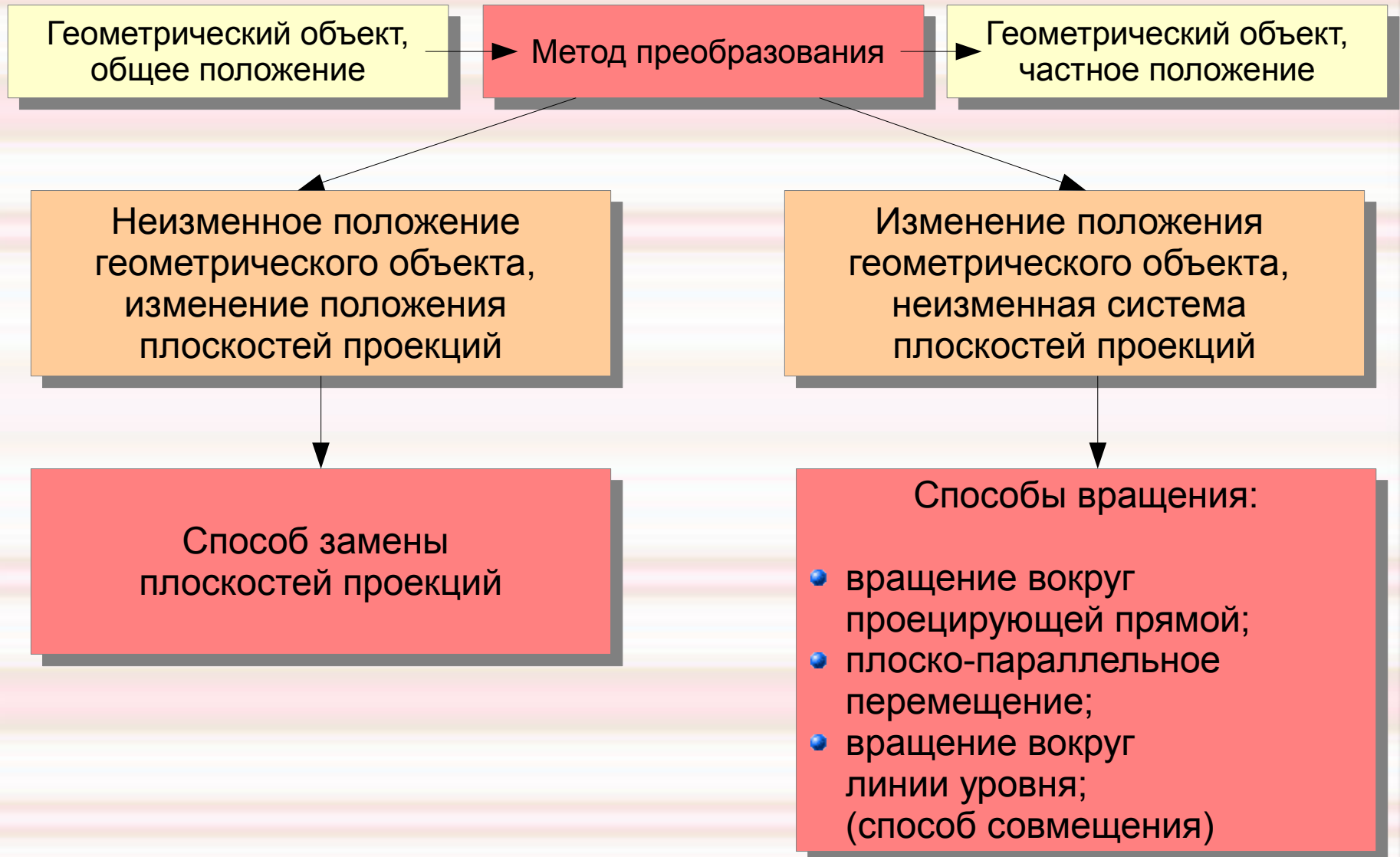


Методы преобразования КЧ позволяют задачи, в которых геометрические объекты занимают общее положение относительно плоскостей проекций, привести к частному случаю решения.



Плоскость общего положения преобразована в проецирующую относительно новой плоскости проекций

Классификация методов преобразования комплексного чертежа



ЧЕТЫРЕ ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

1 ОЗ НГ:

Преобразование КЧ таким образом, чтобы прямая общего положения стала линией уровня.

2 ОЗ НГ:

Преобразование КЧ таким образом, чтобы линия уровня стала проецирующей прямой.

3 ОЗ НГ:

Преобразование КЧ таким образом, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей.

4 ОЗ НГ:

Проецирующая плоскость стала плоскостью уровня.

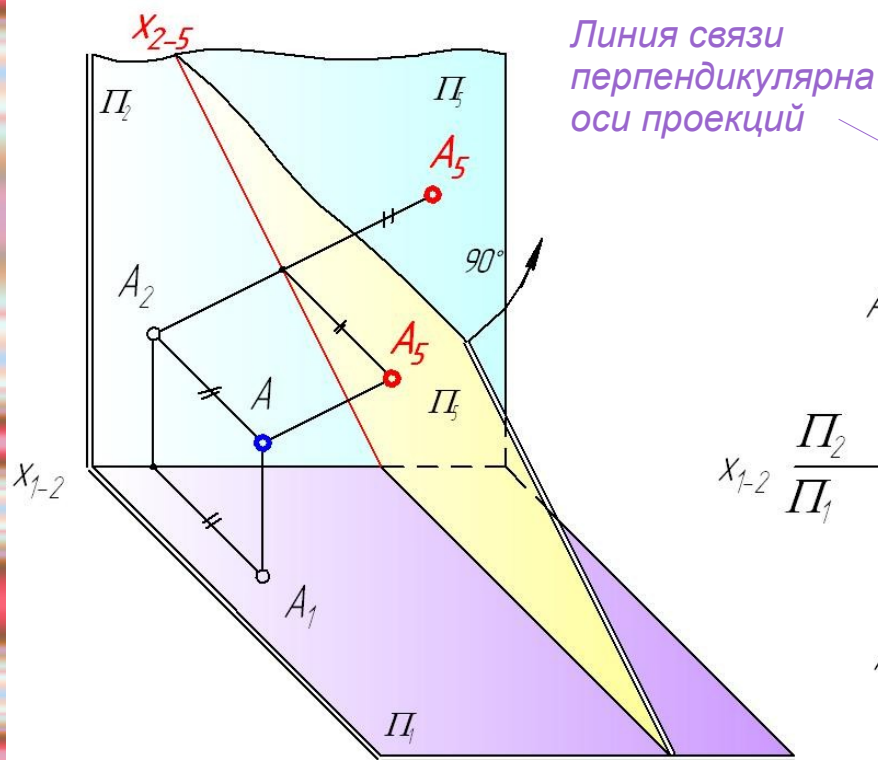
Практически все задачи можно отнести к той или иной ОЗ НГ. И в зависимости от этого выбирается тот или иной алгоритм их решения.

Метод замены плоскостей проекций

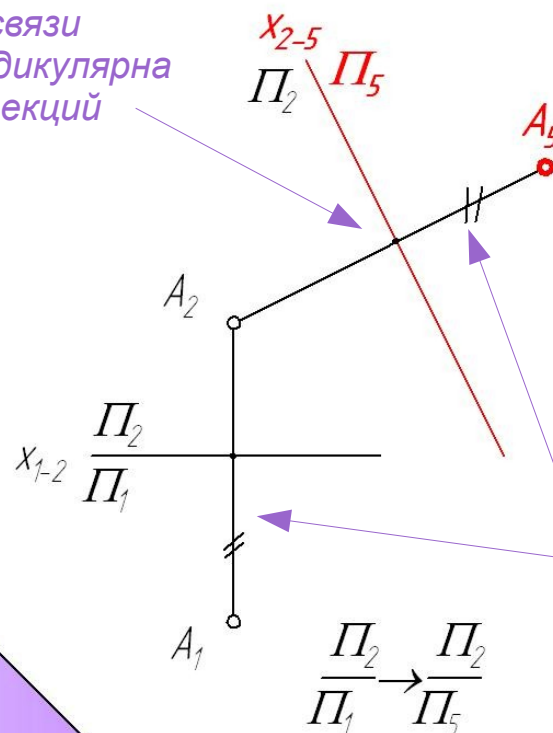
Суть метода:

1. Проецируемый объект не изменяет своего положения в пространстве.
2. Вокруг него в определенной последовательности перемещаются плоскости проекций.

Проецирование точки на новую плоскостей проекций Замена горизонтальной плоскости проекций



Линия связи
перпендикулярна
оси проекций



Точка A располагалась
в системе плоскостей
проекции $\Pi_1 \perp \Pi_2$.
Плоскость Π_1 заменена
на плоскость Π_5
Точка расположилась
в новой системе плоскостей
проекции $\Pi_2 \perp \Pi_5$

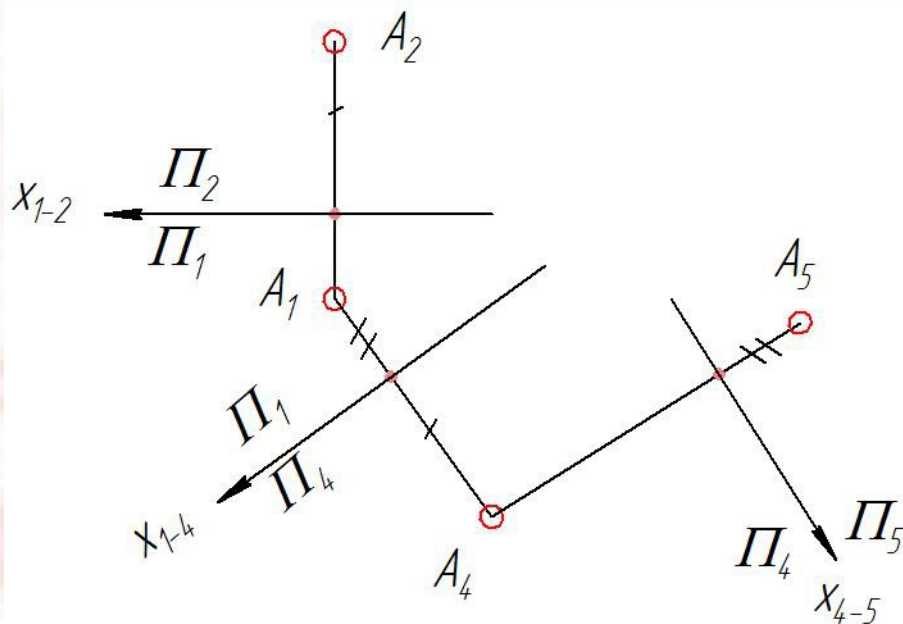
Должно соблюдаться
следующее условие:

Расстояние от точки
до оставшейся «старой»
плоскости проекций
в новой системе плоскостей
проекции должно остаться
неизменным.

$$y_A = |A\Pi_2| = |AA_2| = |A_1x_{1-2}| = |A_5x_{2-5}|$$

Алгоритм замены плоскостей проекций

1. В заданной системе плоскостей проекций Π_2 / Π_1 строится ось проекций X_{1-2}
2. Выбирается новая система плоскостей Π_1 / Π_4 (или Π_2 / Π_5) и строится новая ось X_{1-4} (или X_{2-5}). Ее положение зависит от того, как относительно новой плоскости проекций должен располагаться геометрический объект.
3. Линии связи от незаменяемых проекций точек проводятся перпендикулярно новой оси.
4. На этих линиях связи строятся новые проекции точек, принадлежащие новой плоскости проекций. **Расстояние от новой оси до новой проекции точки равно расстоянию от заменяемой проекции до заменяемой оси**

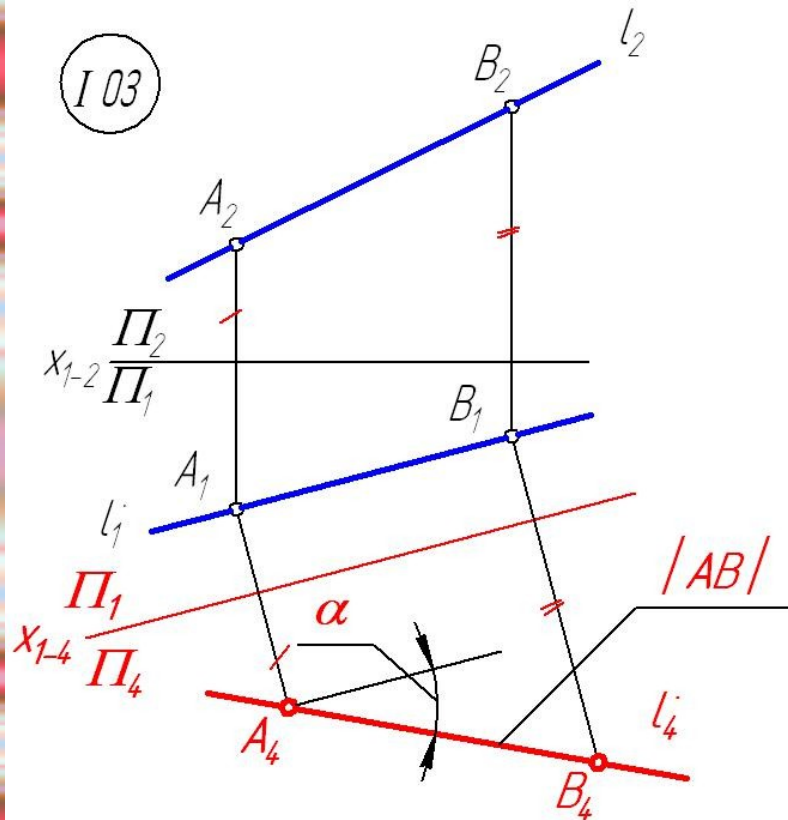


Количество замен зависит от того, как :

- 1) задано положения геометрического объекта относительно системы плоскостей проекций;
- 2) геометрический объект должен располагаться относительно системы плоскостей в окончательном результате .

1 основная задача. Преобразованием прямой общего положения в прямую уровня можно определить:

- натуральную длину отрезка;
- углы наклона прямой к плоскостям проекций.



$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4},$$

$$l \parallel \Pi_4 (x_{1-4} \parallel l_1)$$

$$1. \left. \begin{array}{l} [AB] \subset l \\ AB \parallel \Pi_4 \end{array} \right\} \Rightarrow |A_4 B_4| = |AB|$$

$$2. \alpha = |l, \Pi_1| = |l_4, x_{1-4}|$$

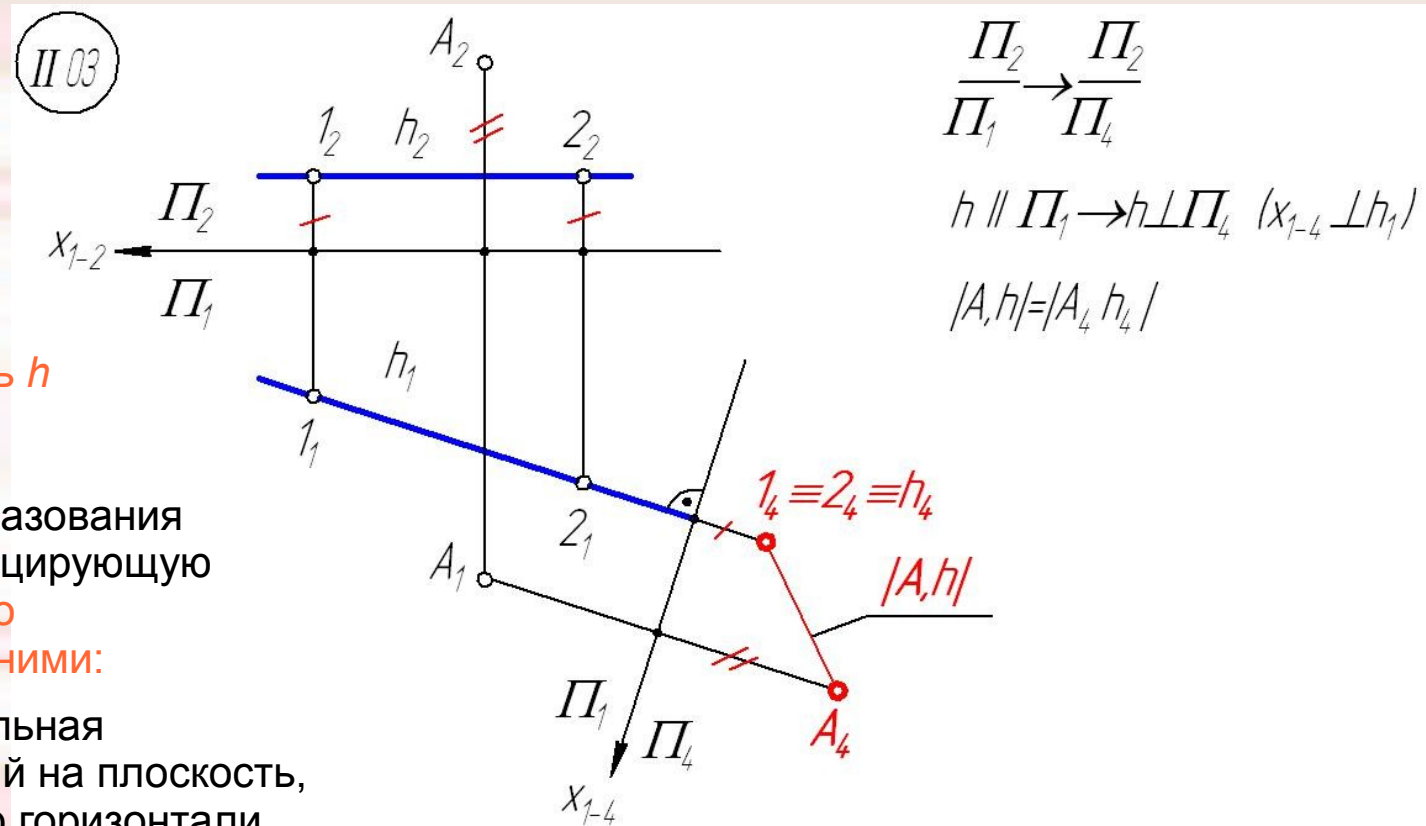
Задан отрезок AB общего положения.

Т.к. отрезок проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, к которой он параллелен, фронтальная плоскость проекций заменена на плоскость Π_4 , параллельную заданному отрезку (новая ось x_{1-4} параллельна горизонтальной проекции отрезка).

Расстояния от точек до горизонтальной плоскости проекций при преобразовании остается неизменным (расстояние от новой оси до новой проекции точки равно расстоянию от заменяемой фронтальной проекции до старой оси).

2 основная задача. Преобразованием прямой уровня в проецирующую прямую можно найти:

- расстояние между точкой и прямой;
- расстояние между параллельными или скрещивающимися прямыми и т.п



Задана горизонталь h
и точка A .

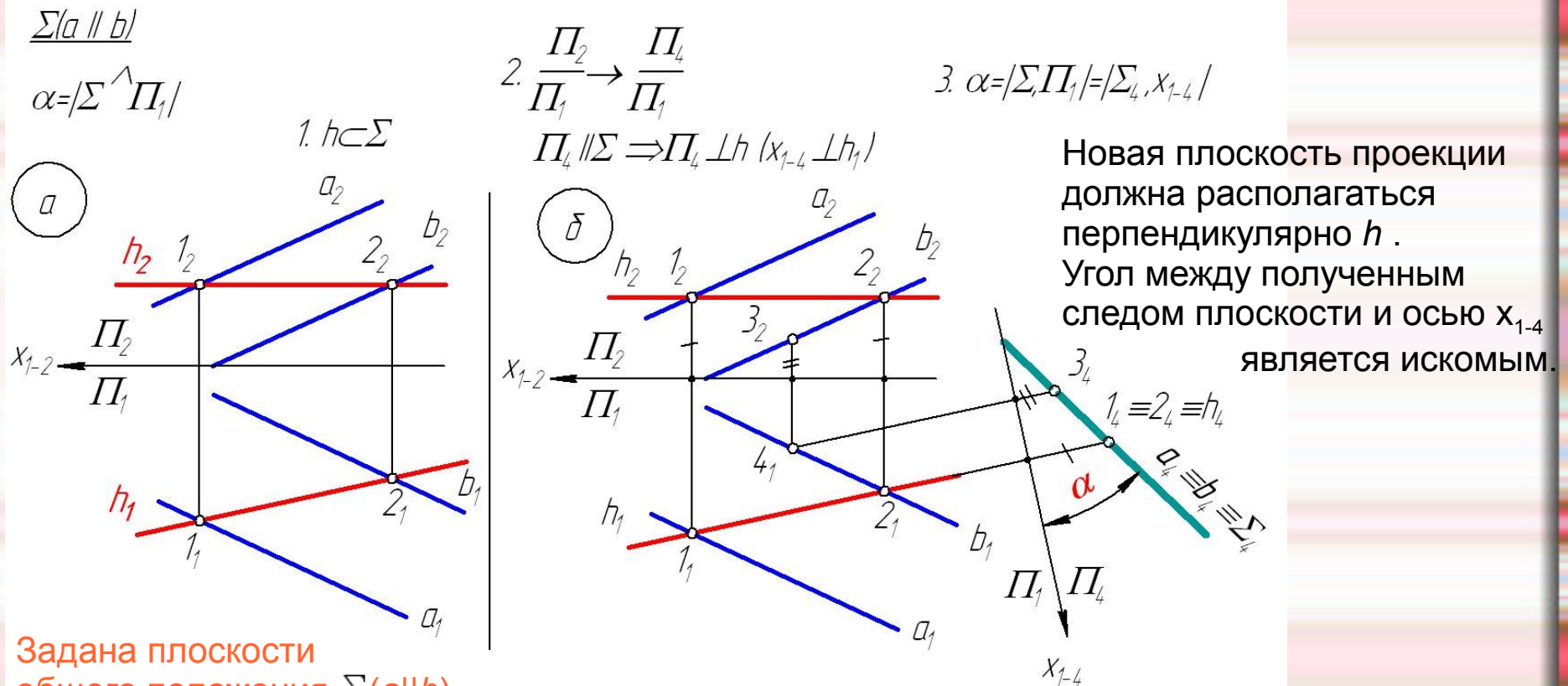
С помощью преобразования
горизонтالي в проецирующую
прямую **определено**
расстояние между ними:

Заменена фронтальная
плоскость проекций на плоскость,
перпендикулярную горизонтали
(новая ось x_{1-4} построена перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали)

Расстояние от новой проекции точки A до вырожденной проекции прямой
равно расстоянию от точки до прямой

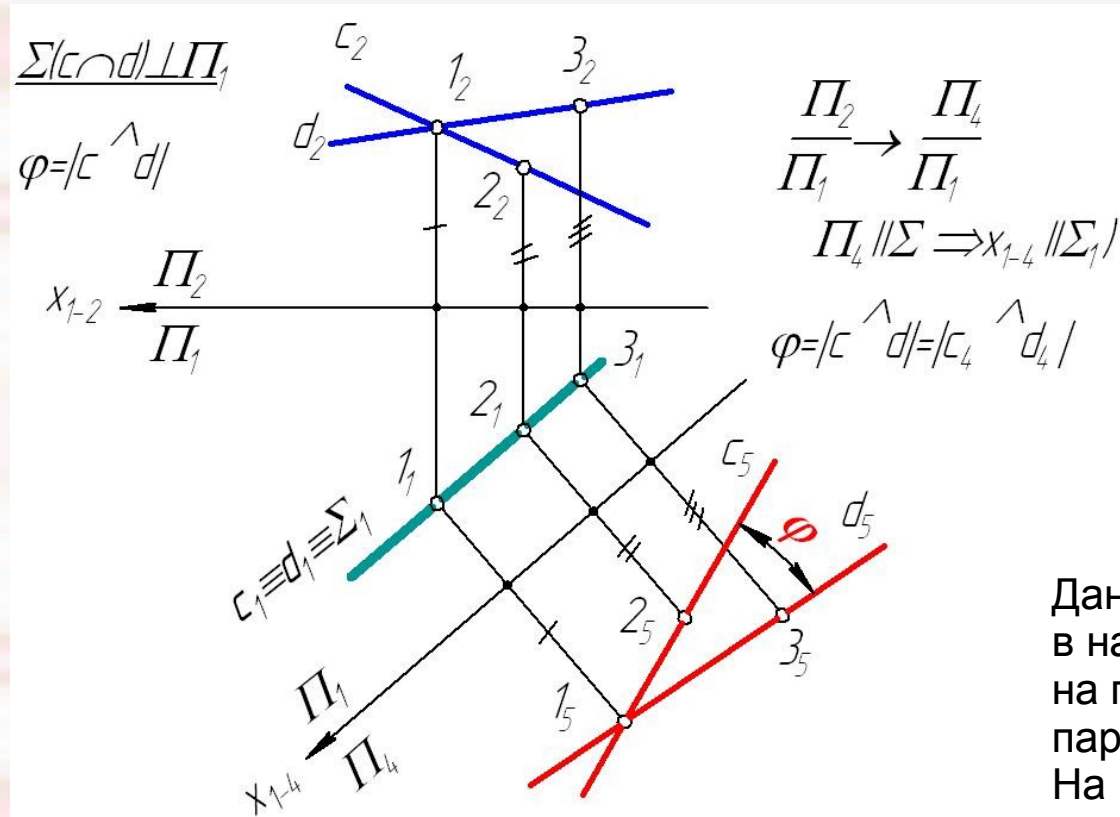
3 основная задача. Преобразованием плоскости общего положения в проецирующую плоскость можно определить:

- расстояние от точки до плоскости или расстояние между параллельными плоскостями;
- углы наклона плоскости к плоскостям проекций



4 основная задача. Преобразование проецирующей плоскости
в плоскость уровня можно найти:

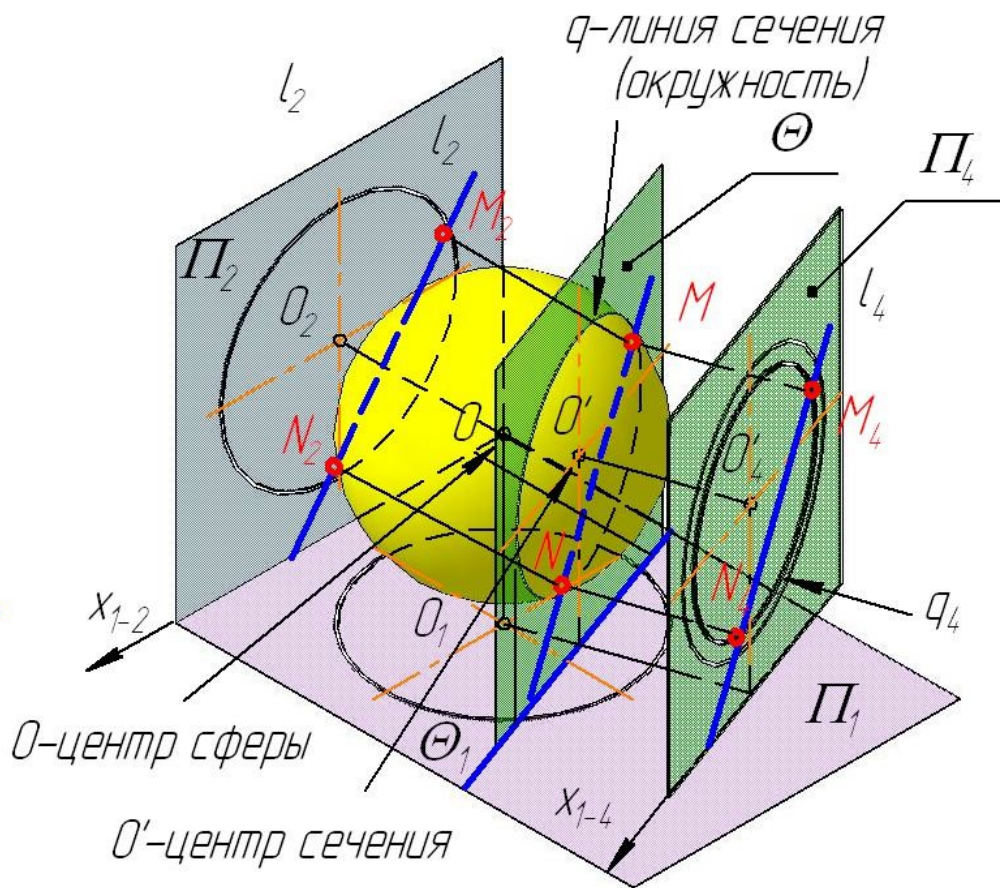
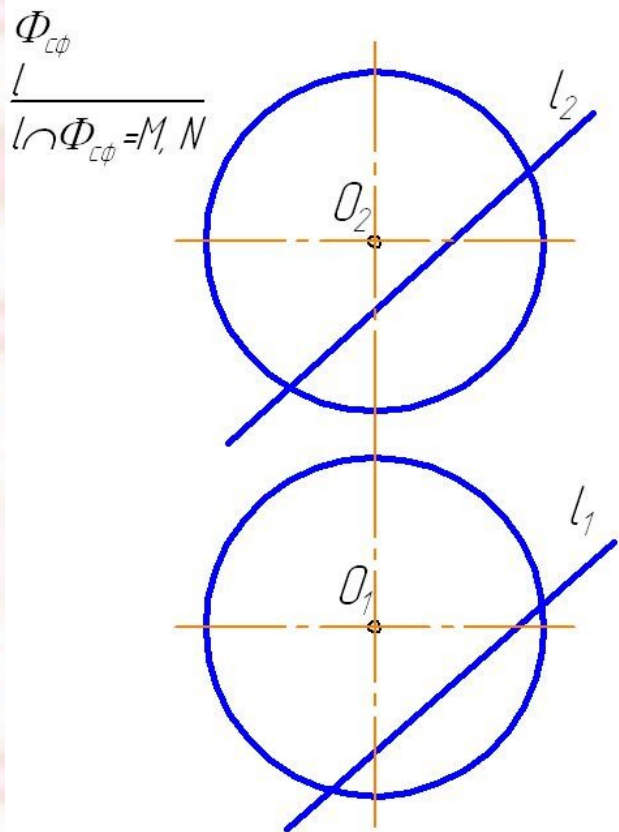
- натуральную величину плоской фигуры;
- центр описанной или вписанной окружности;
- угол между пересекающимися прямыми;
- построить биссектрису угла и т.п

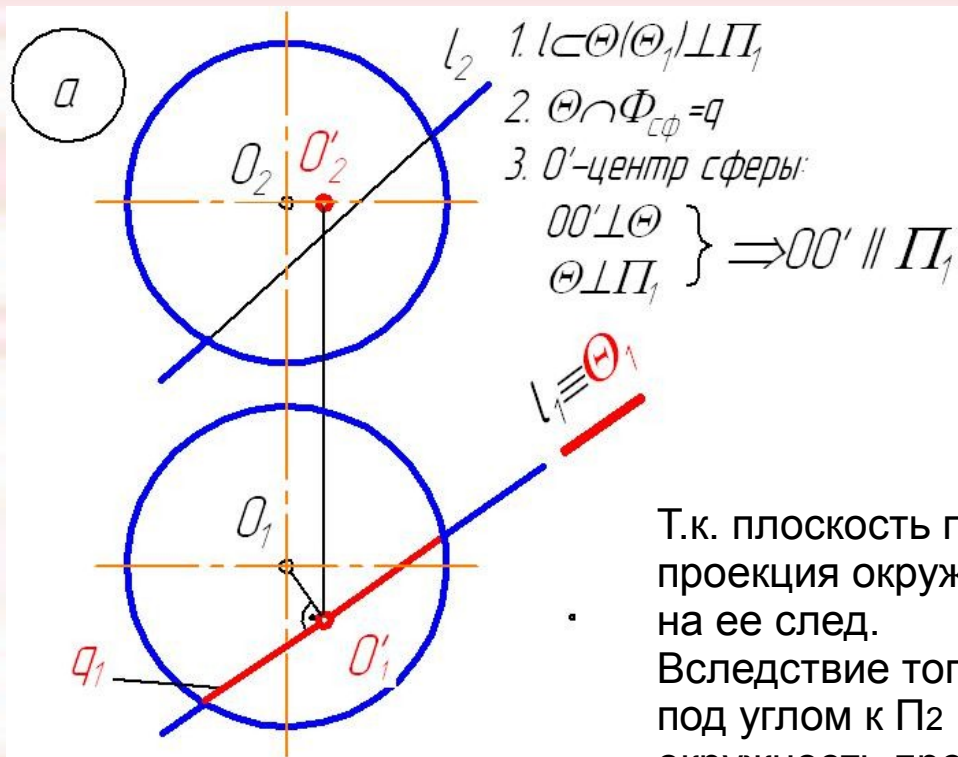


Задана горизонтально-проецирующая плоскость. Необходимо определить угол между пересекающимися прямыми этой плоскости.

Данный угол спроецируется в натуральную величину на плоскость проекций, параллельную заданной плоскости. На КЧ новая ось параллельна следу плоскости.

Пример. Найти точки пересечения прямой l со сферой.

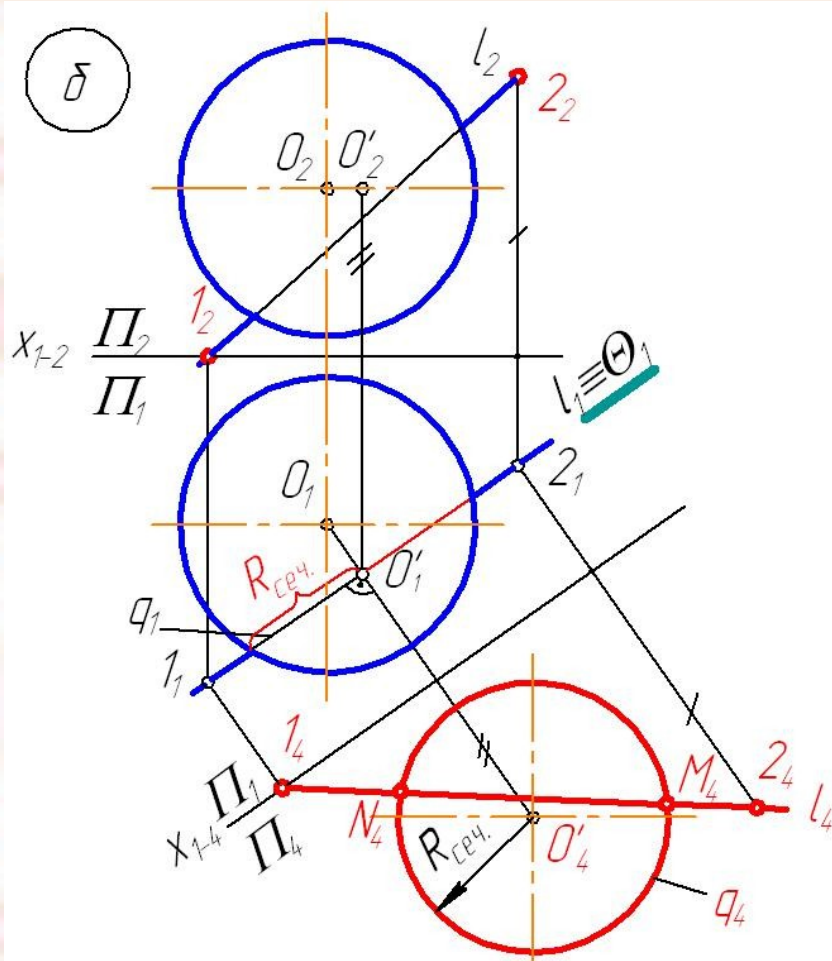




Заданная прямая l заключается в дополнительную горизонтально-проецирующую плоскость, которая пересекает сферу по окружности (рис. а).

Т.к. плоскость перпендикулярна Π_1 , горизонтальная проекция окружности проецируется в виде отрезка на ее след.
 Вследствие того, что плоскость располагается под углом к Π_2 , на эту плоскость проекций окружность проецируется в виде эллипса (на КЧ не строится).

Центр сечения (точка o') располагается на перпендикуляре, проведенном из центра сферы (точка O) к секущей плоскости



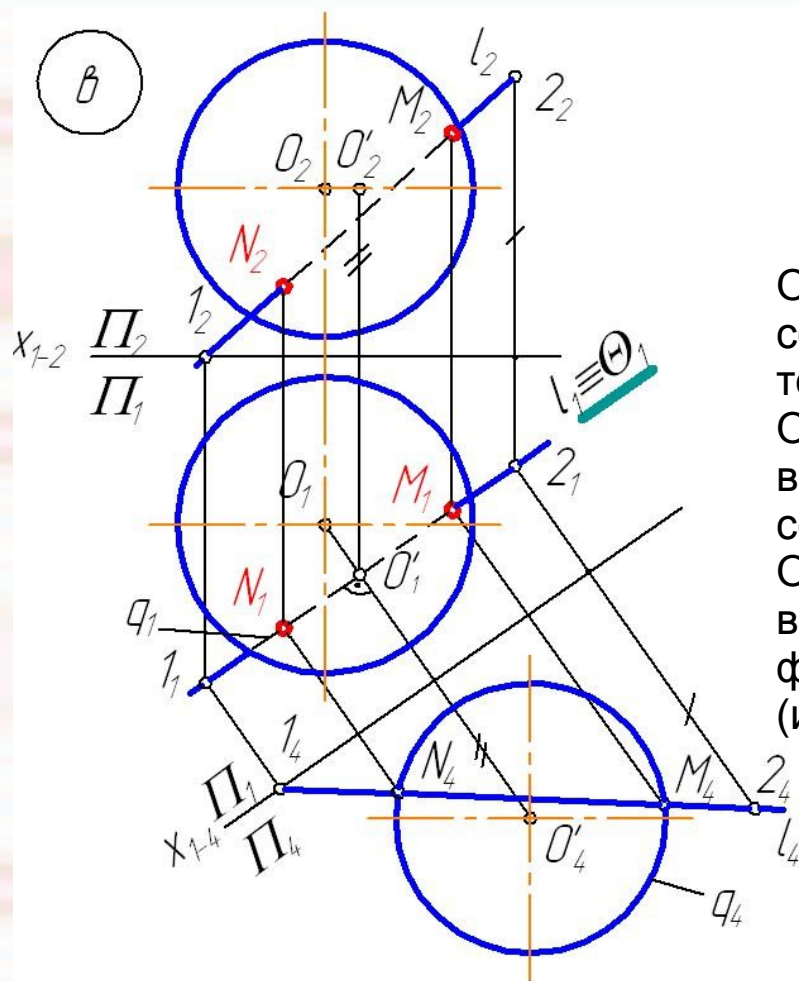
$$4. q \parallel \Pi_4 \Rightarrow \Theta \parallel \Pi_4: \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4} (x_{1-4} \parallel \Theta_1)$$

$$5. 1, 2 \in l$$

$$6. l \cap q = N, M$$

Система плоскостей проекций
Преобразовывается так, чтобы на новую
плоскость проекций сечение (окружность)
спроецировалось без искажения.
При этом заменяется фронтальная плоскость
на плоскость проекций, параллельную
дополнительной плоскости .

Заданная прямая l с помощью произвольных
точек, принадлежащих ей, (точки 1, 2) также
проецируется на новую плоскость проекций.



7. $l \cap \Phi_{\text{тс}} = N, M$

Находятся точки пересечения ее с линией пересечения q , являющиеся искомыми (рис. б, в).

Определяется видимость прямой относительно сферы: виден тот луч, который исходит из видимой точки поверхности.

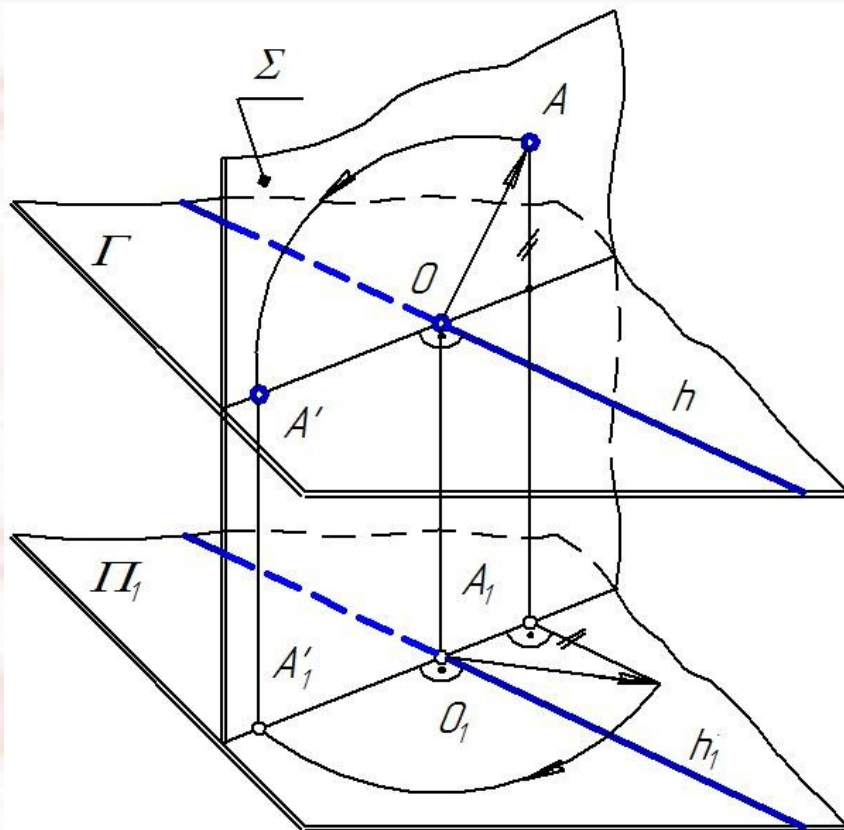
Относительно горизонтальной плоскости проекций видна та точка, которая находится выше экватора сферы (имеет большую координату по оси z).

Относительно фронтальной плоскости проекций видна та точка, которая находится ближе фронтального очеркового меридиана (имеет большую координату по оси y)

Метод вращения вокруг линии уровня

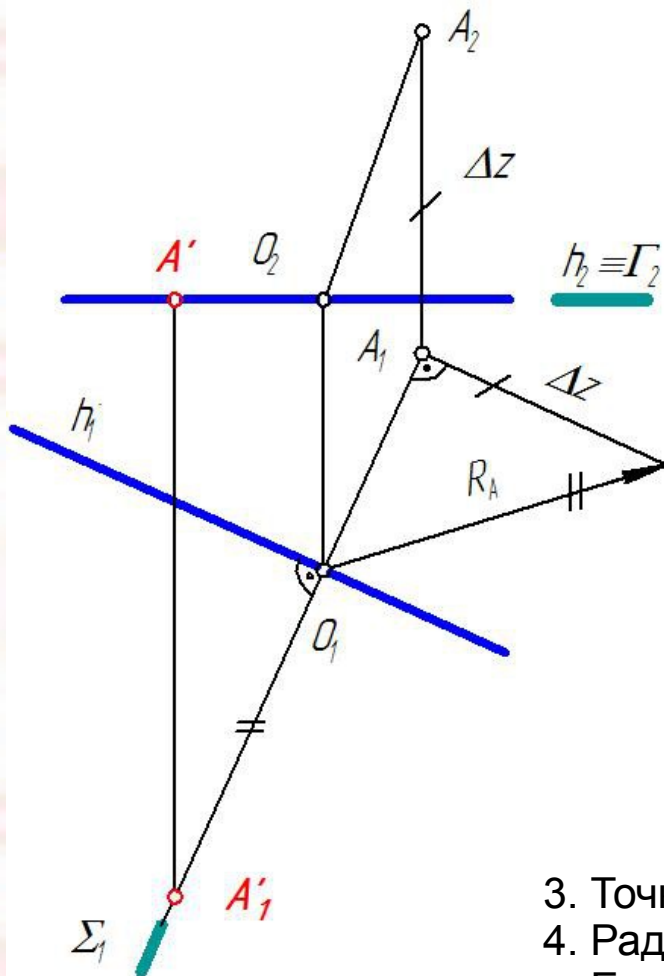
Суть метода:

1. Плоский геометрический объект совмещается с плоскостью уровня, проходящей через ось вращения. На соответствующую плоскость проекций он проецируется без искажения.



2. Каждая его точка вращается в своей плоскости, перпендикулярной линии уровня. Траектория движения точки – окружность, центр которой находится на оси вращения, а радиус вращения равен расстоянию от точки до оси вращения

(описание дано для вращения точки A вокруг горизонтали h)



1. Проводится ось вращения — линия уровня (h).
Ось вращения лежит в плоскости уровня (Γ),
в которую в дальнейшем разворачивается
геометрический объект (точка A).

1. $h \models \Gamma(\Gamma_2) // \Pi_2$
2. $A \in \Sigma(\Sigma_1) \perp h$
3. $\Sigma \cap h = \emptyset$ - ч.б.р. м. A
 $R_A \neq \emptyset$
4. $A' \in \Gamma$

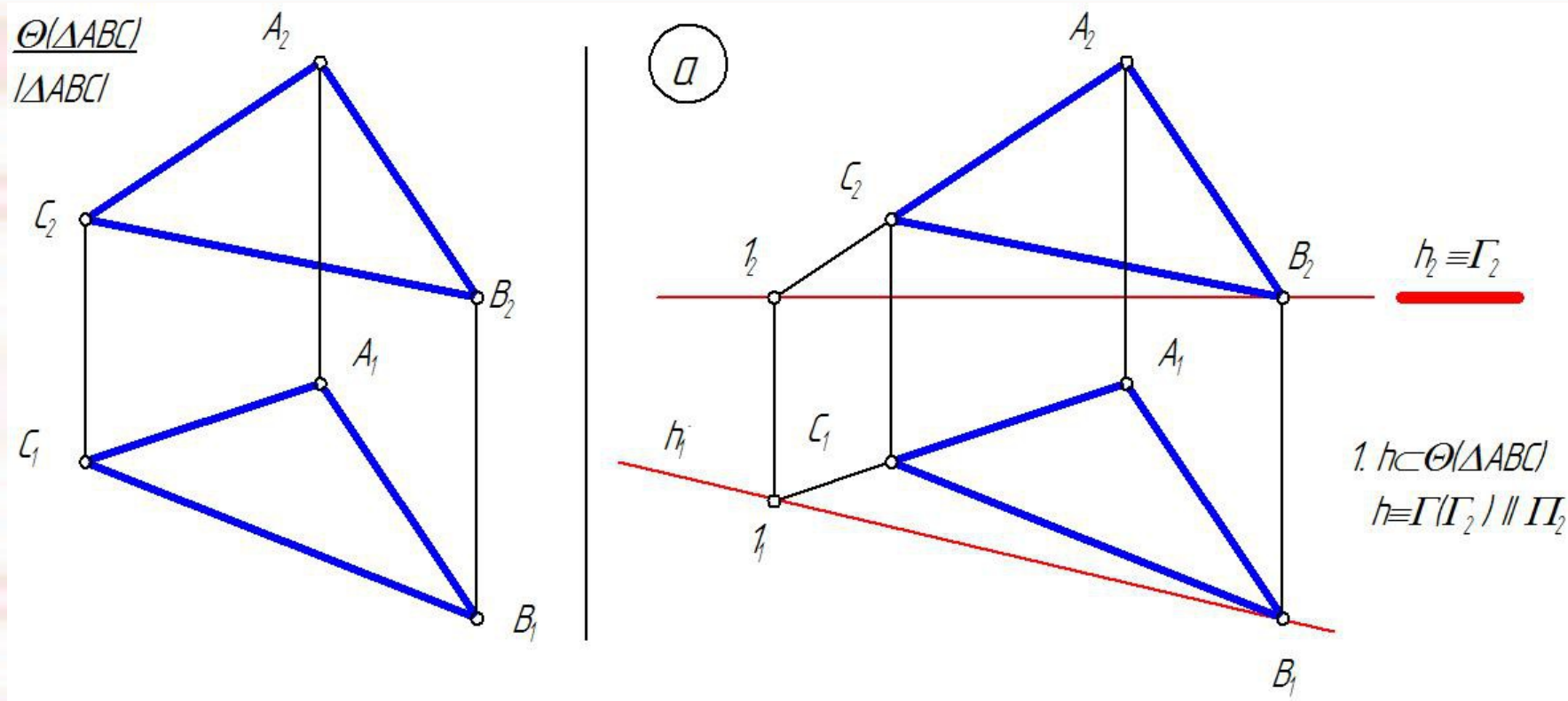
2. Строится плоскость траектории вращения Точки Σ . Она перпендикулярна оси вращения. Траектория движения точки на ее след (фронтальную проекцию траектории не строят)

3. Точка O — центр вращения.
4. Радиус вращения равен длине отрезка AO . Его определяют методом прямоугольного треугольника.

4. Новое положение точки A' в плоскости Γ будет определено, когда горизонтальная проекция траектории ее движения будет равна натуральной величине радиуса вращения

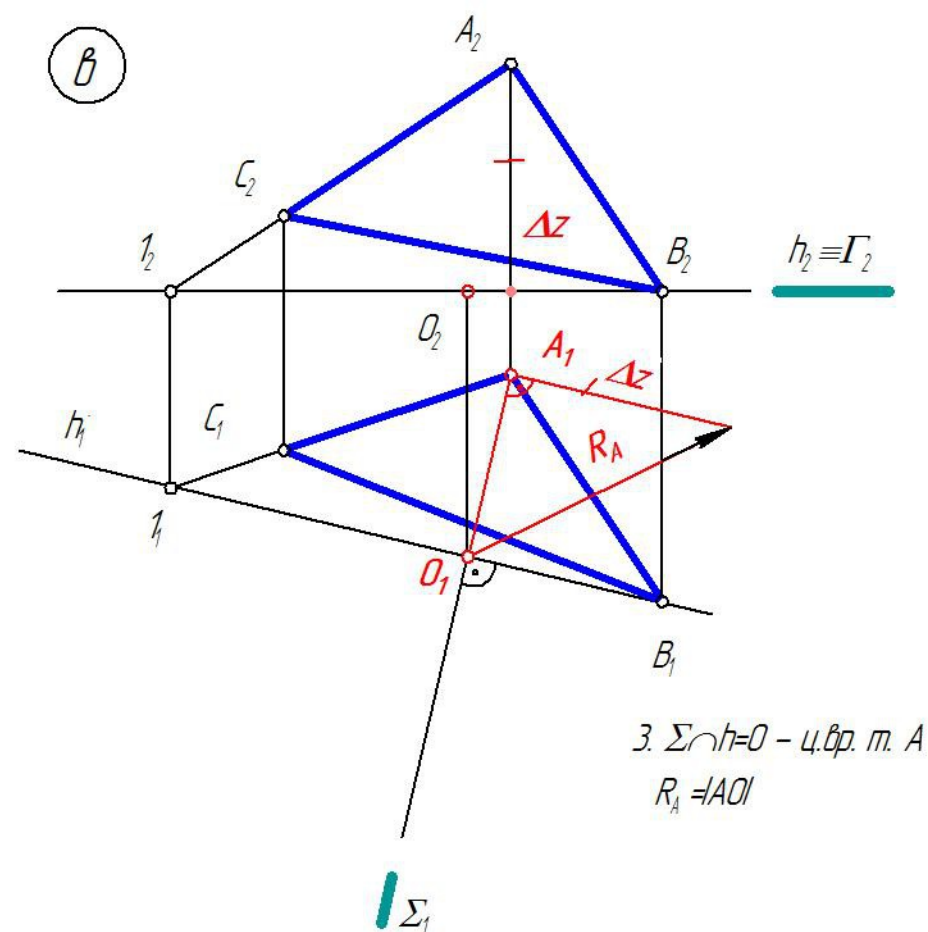
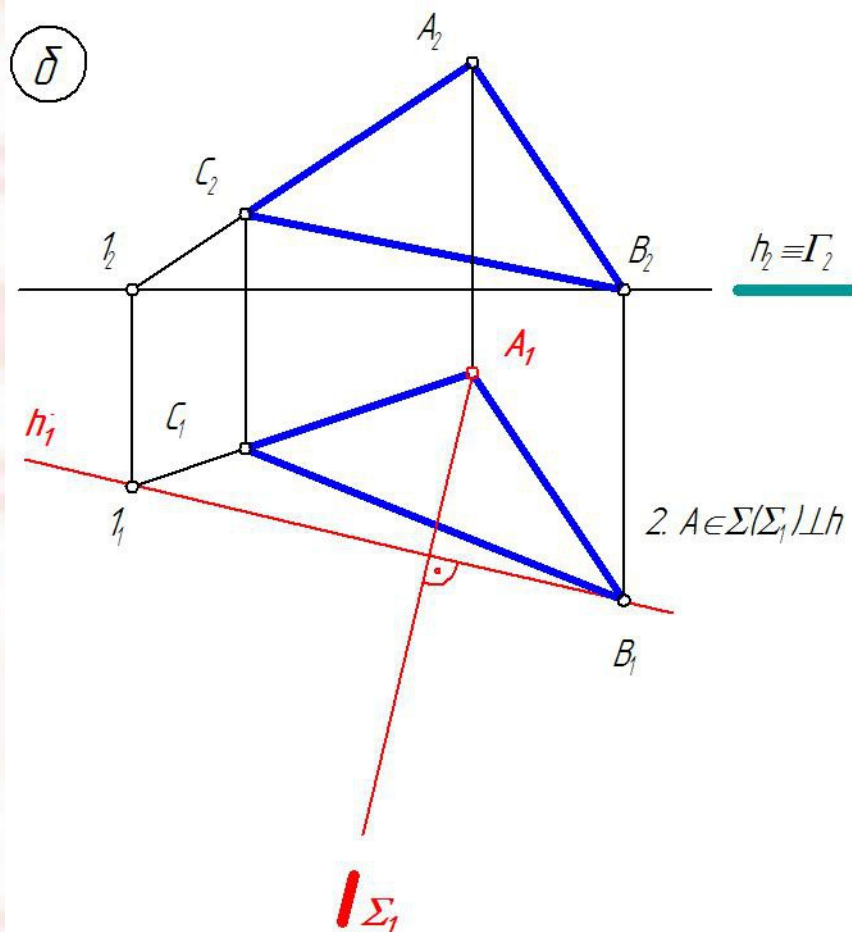
Пример. Определить натуральную величину треугольника ABC .

Чтобы найти натуральную величину плоской фигуры, необходимо развернуть ее в положение, параллельное плоскости проекций



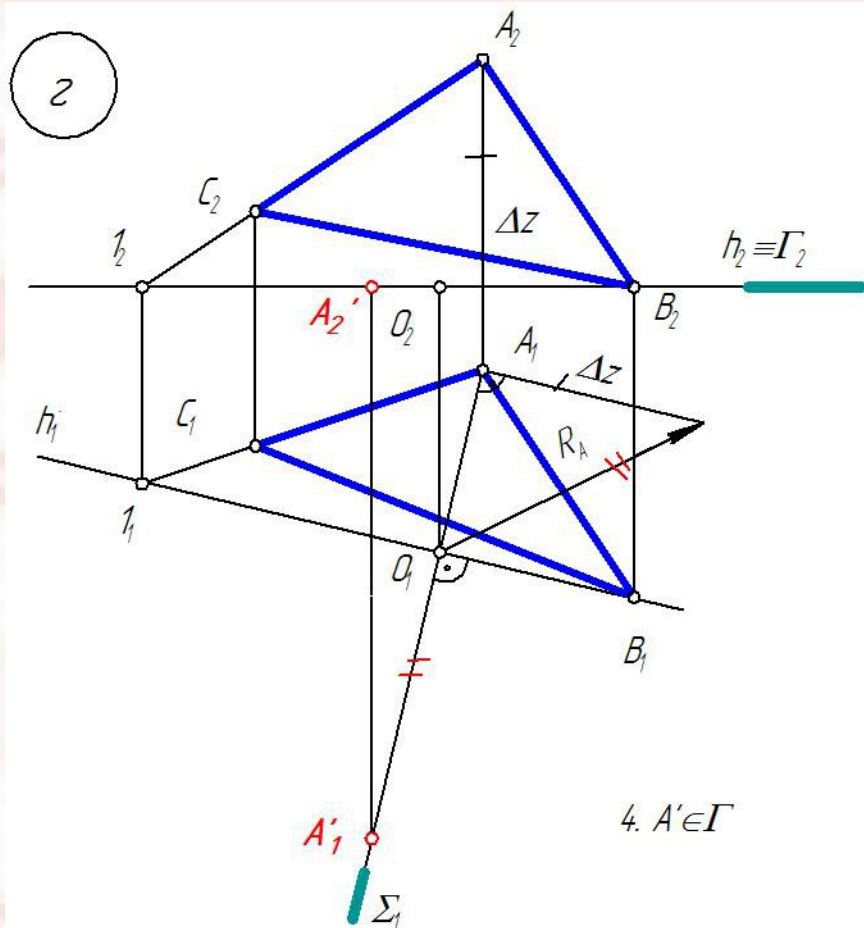
Положение плоскости, при котором она становится плоскостью уровня, определяется вращением только одной ее точки, в данном случае – точки A .

Треугольник располагается в плоскости общего положений. Через вершину B строится горизонталь этой плоскости (ось вращения).

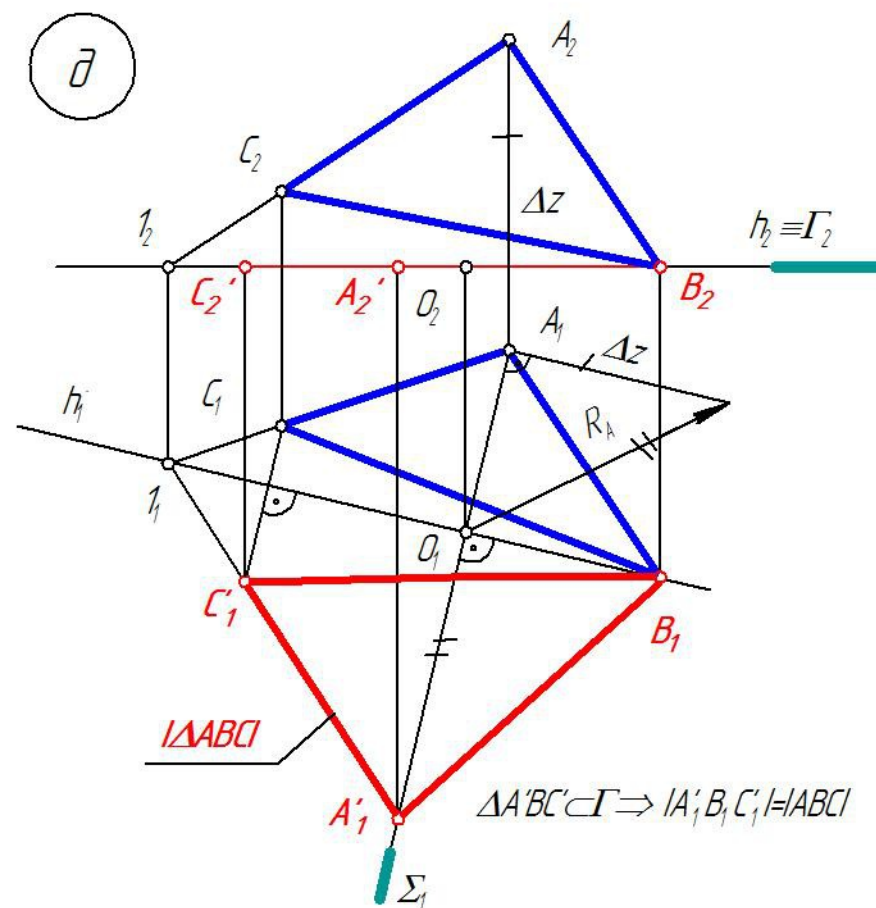


Через вершину A строится плоскость траектории движения. Это горизонтально-проецирующая плоскость (ее горизонтальный след перпендикулярен проекции оси вращения)

Находится центр вращения (точка O), лежащая на пересечении плоскости траектории и оси вращения. Методом прямоугольного треугольника определяется длина отрезка AO , равная радиусу вращения.



Точка A разворачивается в плоскость Γ (точка A'), при этом отрезок AO должен спроецироваться на Π_1 в натуральную величину



Точка A' соединяется с точкой 1. Вершина C' находится на отрезке $A'1$. Для ее нахождения строится след плоскости траектории вращения точки C . Полученная горизонтальная проекция треугольника равна натуральной величине самого треугольника